

Übungen Fuzzy Logic

4. November 2010

1. Warum ist die folgende Funktion $F: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ keine t-Norm? Welche Axiome sind verletzt, welche sind erfüllt?

$$F(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if } (x, y) \in [0, 0.5] \times [0, 1[, \\ \min(x, y) & \text{otherwise,} \end{cases}$$

2. Warum ist die folgende Funktion $F: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ keine t-Norm? Welche Axiome sind verletzt, welche sind erfüllt?

$$F(x, y) = x \cdot y \cdot \max(x, y)$$

3. Warum ist die folgende Funktion $F: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ keine t-Norm? Welche Axiome sind verletzt, welche sind erfüllt?

$$F(x, y) = \begin{cases} 0.5 & \text{if } (x, y) \in]0, 1[^2, \\ \min(x, y) & \text{otherwise,} \end{cases}$$

4. Warum ist die folgende Funktion $F: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ keine t-Norm? Welche Axiome sind verletzt, welche sind erfüllt?

$$F(x, y) = 0.$$

5. Zeigen Sie, dass eine Funktion $S: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ genau dann eine t-Conorm ist, wenn es eine t-Norm T gibt, so dass für alle $(x, y) \in [0, 1]^2$

$$S(x, y) = 1 - T(1 - x, 1 - y).$$

6. Zeigen Sie, dass folgende Funktion $T^{\text{nm}}: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ eine t-Norm ist (nilpotentes Minimum). Ist T^{nm} stetig?

$$T^{\text{nm}}(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if } x + y \leq 1, \\ \min(x, y) & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Ist T^{nm} stetig? Gilt stets $T^{\text{nm}}(x, 1 - x) = 0$? Gilt für alle $x \in]0, 1[$, dass $T^{\text{nm}}(x, x) < x$ ist?

7. Zeigen Sie: Eine t-Norm T ist genau dann eine streng monoton wachsende Funktion (d.h. aus $x > 0$ und $y < z$ folgt $T(x, y) < T(x, z)$), wenn T die Kürzungsregel erfüllt (d.h. aus $T(x, y) = T(x, z)$ und $x > 0$ folgt $y = z$).

8. Zeigen Sie, dass

$$T(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{falls } (x, y) \in [0, 0.5] \times [0, 0.5] \\ 2(x - 0.5)(y - 0.5) + 0.5 & \text{falls } (x, y) \in]0.5, 1[\times]0.5, 1[\\ \min(x, y) & \text{sonst} \end{cases}$$

eine t-Norm ist. Ist T stetig? Gilt für alle $x \in]0, 1[$, dass $T(x, x) < x$ ist?