

Mathematik für Mechatronik I - Übungen, WS 2009/2010

2. Test, am 29.01.2010 - Gruppe A

Familiennamen: Vorname:

Matrikelnummer: Studienkennzahl:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Christian Kletzmayer, 10.15 - 11.45 Uhr | <input type="checkbox"/> Michael Aichinger, 10.15 - 11.45 Uhr |
| <input type="checkbox"/> Christian Kletzmayer, 12.00 - 13.30 Uhr | <input type="checkbox"/> Michael Aichinger, 12.00 - 13.30 Uhr |
| <input type="checkbox"/> Christian Kletzmayer, 13.45 - 15.15 Uhr | <input type="checkbox"/> Michael Aichinger, 18.15 - 19.45 Uhr |
| <input type="checkbox"/> Johannes Fürst, 10.15 - 11.45 Uhr | <input type="checkbox"/> Johannes Fürst, 12.00 - 13.30 Uhr |

Ich bestätige mit meiner Unterschrift, diesen Test selbst und ohne unerlaubte Hilfsmittel geschrieben zu haben.

Unterschrift:

| Beispiel | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Σ |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------------------------|
| erreichte Punkteanzahl | | | | | | | | |
| erreichbare Punkteanzahl | 8 | 4 | 4 | 9 | 4 | 4 | 7 | 40 |

1. (a) Die Intensität I von Licht nimmt beim Durchgang durch eine Glasplatte der Dicke d exponentiell ab.

$$I(d) = I_0 e^{-\lambda d}$$

- i. Bei welcher Dicke besitzt das Licht nur mehr die Hälfte seiner Anfangsintensität I_0 ?
 - ii. Zeigen Sie, dass zu jedem Zeitpunkt die Abnahmegeschwindigkeit der Intensität zur jeweilig aktuell herrschenden Intensität direkt proportional ist.
- (b) Bestimmen Sie die Grundmenge (in \mathbb{R}) der folgenden Gleichung und geben Sie die Lösung an.

$$\ln(x^2 - b) - \ln(x + b) - \ln(2) = 0$$

2. Geben Sie die Überlagerung der gleichfrequenten Schwingung

$$2 \sin(3t) + 4 \cos\left(3t + \frac{\pi}{2}\right)$$

in der Gestalt $A \cos(\omega t + \alpha)$ an. Zu welchen Zeitpunkten nimmt die Schwingung ihren Maximal- bzw. Minimalwert an? (ohne Differentialrechnung)

3. Welcher Punkt der Funktion $f(x) = 2\sqrt{x}$ hat vom Punkt $(3; 0)$ den kleinsten Abstand? (Vergessen Sie nicht den erhaltenen Extremwert zu überprüfen.)

4. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = e^{ax}(x^2 - a) \quad \text{und} \quad P(0, -2)$$

- (a) Bestimmen Sie den Parameter a der Funktion unter der Annahme, dass der Funktionsgraph durch den gegebenen Punkt P verläuft. (Setzen Sie den Parameter ein bevor Sie weiterrechnen)
- (b) Bestimmen Sie die Definitionsmenge, die Nullstellen und die Extremwerte (auch die Art der Extremwerte).
- (c) Wie verhält sich die Funktion für $\lim_{x \rightarrow \infty}$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty}$?

5. Die Bahn eines Massenpunktes sei gegeben durch.

$$(x, y, z) = (\sin(3t), -\cos(3t), e^t)$$

Berechnen Sie die Tangential- und Normalbeschleunigung.

6. Überprüfen Sie Konvergenz und absolute Konvergenz folgender Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k^8}{5^k}$$

7. Gegeben ist die Folge

$$a_n = \frac{4n^2 - 1}{2n^2 + 3}, \quad n \in \mathbb{N}$$

- (a) Beweisen Sie Monotonie und Konvergenz.
- (b) Berechnen Sie den Grenzwert.