Mathematik fur Mechatronik I - Uebungen, WS 2009/2010

1.Test, am 20.11.2009

Familienname: ..... Vorname: .....

Matrikelnummer: ..... Studienkennzahl: .....

☐ Frank Bauer,10.15 - 11.45 Uhr	☐ Michael Aichinger, 12.00 - 12.45 Uhr
☐ Frank Bauer, 12.00 - 13.30 Uhr	☐ Michael Aichinger, 12.45 - 13.30 Uhr
☐ Frank Bauer, 13.45 - 15.15 Uhr	☐ Michael Aichinger, 18.15 - 19.45 Uhr
☐ Johannes Fürst, 10.15 - 11.45 Uhr	☐ Johannes Fürst, 12.00 - 13.30 Uhr

Ich bestaetige mit meiner Unterschrift, diesen Test selbst und ohne unerlaubte Hilfsmittel geschrieben zu haben.

Unterschrift:.....

Beispiel	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	$\sum$
erreichte Punkteanzahl							
erreichbare Punkteanzahl	**9**	**7**	**4**	**5**	**9**	**6**	**40**

1. (a) Gegeben ist die Menge $A = \{a, \{1\}, \{\{1\}\}\}$.

   i. Bestimmen Sie die Potenzmenge von A.

   ii. Kreuzen Sie die zutreffenden Beziehungen an:

$a \in \mathcal{P}(A)$	wahr	0	falsch	0
$\{1\} \in \mathcal{P}(A)$	wahr	0	falsch	0
$\{\{\{1\}\}\} \in \mathcal{P}(A)$	wahr	0	falsch	0
$\{\{\{1\}\}\} \subset \mathcal{P}(A)$	wahr	0	falsch	0

   (b) Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck durch Umformung soweit wie möglich (nur mehr $\vee$ und $\wedge$ Zeichen) : $\neg((A \Rightarrow \neg B) \vee \neg C)$.

   (c) Gegeben ist die Funktion $f : A \to B$ mit $f(x) = 4x^2 - 2$ und $A, B \subseteq \mathbb{R}$.

   i. Bestimmen Sie die größtmögliche Menge A und B, so dass f injektiv ist.

   ii. Bestimmen Sie die größtmögliche Menge A und B, so dass f surjektiv ist.

   iii. Bestimmen Sie die größtmögliche Menge A und B, so dass f bijektiv ist.

2. (a) Lösen Sie folgende Ungleichung für $G = \mathbb{R}$:

$$\frac{|3x - 2|}{2x + 3} \geq 1$$

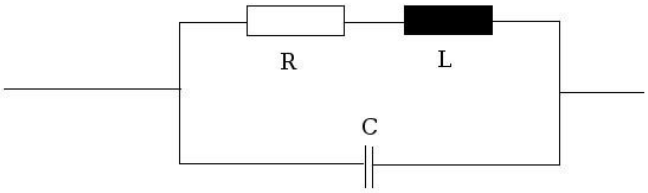
(b) Lösen Sie für $z \in \mathbb{Z}$ folgende Gleichung:

$$z^3 = 8i$$

3. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2}{3i(3i+3)} = \frac{2n}{9(n+1)}$$

4. Gegeben ist folgende Schaltung:



(a) Bestimmen Sie den komplexen Gesamtwiderstand Z als Funktion von R, L, C, ω und stellen Sie ihn in der Form $a + bi$ dar.

(b) Bestimmen Sie C, sodass der Gesamtwiderstand rein reell ist.

5. Gegeben sind zwei Ebenen $\epsilon_1 : 2x + 4y + 4z = 8$ und $\epsilon_2 : 3x + 6y - 2z = 4$.

   (a) Bestimmen Sie die Schnittmenge von ϵ_1 und ϵ_2.

   (b) Gegeben ist die Gerade g.

$$g : \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ b \end{pmatrix}$$

   Bestimmen Sie zuerst den Parameter b so, dass $g || \epsilon_1$ ist und anschliessend a so, dass $g \notin \epsilon_1$ ist. Begründen Sie warum es nicht möglich ist den Parameter b so zu wählen, dass g senkrecht auf ϵ_1 steht.

   (c) Spiegeln Sie den Punkt $P = (1, 5, 1)$ an ϵ_1.

   (d) Bestimmen Sie den Abstand von P von ϵ_2.

6. (a) In den Punkten $A = (2, 2, 1)$ und $B = (-2, 1, 2)$ sind Seile verankert, im Punkt $C = (4, 3, -1)$ ein Stab - alle werden im Ursprung zusammengeführt. Dort greift die Kraft $\mathbf{F} = (0, -180, -120)\,\mathrm{kN}$. Berechnen Sie die Kräfte in den Seilen bzw. im Stab.

   (b) Im Punkt A greift eine Kraft $\mathbf{F} = (-2, 1, 0)$ an. Bestimmen Sie das Drehmoment bzgl. der z-Achse.