

Mathematik für Mechatronik I - Uebungen, WS 2009/2010

1.Test, am 20.11.2009

Familienname: Vorname:

Matrikelnummer: Studienkennzahl:

- | | |
|--|---|
| ☐ Frank Bauer, 10.15 - 11.45 Uhr | ☐ Michael Aichinger, 12.00 - 12.45 Uhr |
| ☐ Frank Bauer, 12.00 - 13.30 Uhr | ☐ Michael Aichinger, 12.45 - 13.30 Uhr |
| ☐ Frank Bauer, 13.45 - 15.15 Uhr | ☐ Michael Aichinger, 18.15 - 19.45 Uhr |
| ☐ Johannes Fürst, 10.15 - 11.45 Uhr | ☐ Johannes Fürst, 12.00 - 13.30 Uhr |

Ich bestätige mit meiner Unterschrift, diesen Test selbst und ohne unerlaubte Hilfsmittel geschrieben zu haben.

Unterschrift:

Beispiel	1	2	3	4	5	6	Σ
erreichte Punkteanzahl							
erreichbare Punkteanzahl	9	7	4	5	9	6	40

1. (a) Gegeben ist die Menge $A = \{1, \{a\}, \{\{a\}\}\}$.

i. Bestimmen Sie die Potenzmenge von A .

ii. Kreuzen Sie die zutreffenden Beziehungen an:

$\{\{\{a\}\}\} \subset \mathcal{P}(A)$	wahr	☐	falsch	☐
$\{a\} \in \mathcal{P}(A)$	wahr	☐	falsch	☐
$1 \in \mathcal{P}(A)$	wahr	☐	falsch	☐
$\{\{\{a\}\}\} \in \mathcal{P}(A)$	wahr	☐	falsch	☐

(b) Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck durch Umformung soweit wie möglich (nur mehr $\vee$ und $\wedge$ Zeichen) : $\neg((A \Rightarrow \neg B) \vee \neg C)$.

(c) Gegeben ist die Funktion $f : A \rightarrow B$ mit $f(x) = 6x^2 + 2$ und $A, B \subseteq \mathbb{R}$.

i. Bestimmen Sie die größtmögliche Menge A und B , so dass f injektiv ist.

ii. Bestimmen Sie die größtmögliche Menge A und B , so dass f surjektiv ist.

iii. Bestimmen Sie die größtmögliche Menge A und B , so dass f bijektiv ist.

2. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{4i(4i+4)} = \frac{n}{16(n+1)}$$

3. (a) Lösen Sie folgende Ungleichung für $G = \mathbb{R}$:

$$\frac{|3x - 2|}{x + 3} \geq 1$$

- (b) Lösen Sie für $z \in \mathbb{Z}$ folgende Gleichung:

$$z^3 = 27i$$

4. Gegeben sind zwei Ebenen $\epsilon_1 : x + 2y + 2z = 4$ und $\epsilon_2 : 6x + 12y - 4z = 8$.

(a) Bestimmen Sie die Schnittmenge von ϵ_1 und ϵ_2 .

(b) Gegeben ist die Gerade g .

$$g : \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ b \end{pmatrix}$$

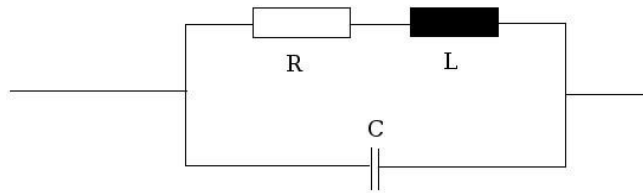
Bestimmen Sie zuerst den Parameter b so, dass $g \parallel \epsilon_1$ ist und anschliessend a so, dass $g \notin \epsilon_1$ ist. Begründen Sie warum es nicht möglich ist den Parameter b so zu wählen, dass g senkrecht auf ϵ_1 steht.

(c) Spiegeln Sie den Punkt $P = (1, 5, 1)$ an ϵ_1 .

(d) Bestimmen Sie den Abstand von P von ϵ_2 .

5. (a) In den Punkten $A = (4, 3, -1)$ und $B = (2, 2, 1)$ sind Seile verankert, im Punkt $C = (-2, 1, 2)$ ein Stab - alle werden im Ursprung zusammengeführt. Dort greift die Kraft $\mathbf{F} = (0, -180, -120)$ kN. Berechnen Sie die Kräfte in den Seilen bzw. im Stab.
- (b) Im Punkt A greift eine Kraft $\mathbf{F} = (-2, 1, 0)$ an. Bestimmen Sie das Drehmoment bzgl. der z-Achse.

6. Gegeben ist folgende Schaltung:



- (a) Bestimmen Sie den komplexen Gesamtwiderstand Z als Funktion von R, L, C, ω und stellen Sie ihn in der Form $a + bi$ dar.
- (b) Bestimmen Sie C , sodass der Gesamtwiderstand rein reell ist.